

MATEMATIKA 1

Zbirka zadataka, testova i primera kontrolnih i pismenih zadataka za I razred gimnazija Vladimir Bečejac

Ova "Internet zbirka" ima zadatak da pruži učenicima dodatne zadatke za vežbu kako bi bolje i brže savladali plan i program u prvoj godini. Zbirka sadrži i predloge za kontrolne zadatke, pismene zadatke i testove koji se sprovode na polugodištu i kraju godine. Zadatke su iz oblasti: logika i skupovi, uvod u geometriju, racionalni algebarski izrazi, realni brojevi, proporcionalnost veličina, izometrijske transformacije i trigonometrija pravouglog trougla. U pripremi je oblast homotetija i sličnost.

Glava I: Logika i skupovi

- Dat je polinom $p(x) = 2x^2 - 9x + 8 \leq 0$. Odredi istinitost iskaza za a) $p(2)$, b) $p(3)$, c) $p\left(\frac{1}{3}\right)$.
- Koje od sledećih rečenica su iskazi: a) broj 23 je paran ; b) $2+2=5$; c) kvadrat broja ne može biti negativan ; d) rešenje jednačine $a^2=9$ je 3 ?
- Da li su tautologije ?
 - $(p \vee q) \wedge r \Leftrightarrow (p \wedge r) \vee (q \wedge r)$
 - $(p \wedge q) \wedge r \Rightarrow (p \wedge r) \vee (p \vee q)$
 - $((\neg p \vee q) \Rightarrow r) \Leftrightarrow (p \vee r)$
 - $(p \wedge q) \vee p$
 - $p \vee (p \wedge q) \Leftrightarrow p$
- Ako je skup $A = \{1,2,3,5\}$, $B = \{\alpha, \beta, \chi\}$ i $C = \{a,b,c\}$. Odredi a) $A \cup B$ b) $B \cap C$ c) $A \setminus C$ d) $(A \cup B) \setminus C$ e) $B \setminus (A \cap C)$.
- Dati su skupovi $S = \{2,4,6,8\}$ i $S_1 = \{1,3,4,5,8\}$. Odredi $S \Delta S_1$.
- Dati su skupovi $A = \{x \mid x \text{ je paran} \wedge 3 < x \leq 12\}$, $B = \{x \mid x \text{ je delilac broja } 24\}$ i $C = \{1,2,3,4,6\}$.
- Dati su skupovi $A = \{1,2,3,4\}$ i $B = \{a,b\}$. Odredi a) $A \times B$ b) $B \times A$ c) $A \times A$ d) $B \times B$
- Na skupu $S = \{0,2,4,6\}$ definisana je relacija $x \rho y \Leftrightarrow |x| = |y|$. Koje osobine ima ova relacija ?
- Na skupu $A = \{1,2,3,4\}$ definisana je relacija a) $x \rho y \Leftrightarrow x \mid y$ b) $x \rho y \Leftrightarrow y \mid x$. Koje osobine imaju ove relacije ?
- Ako je $f(x+3) = 2x+1$, odredi $f(x)$, $f^{-1}(x)$, $f \circ f$.
- Neka je $f(p) = p^2 - 2p - 3$ i $g(p) = 4p^3$
- Dokaži da je funkcija 1-1 i NA preslikavanje i odredi inverznu funkciju f^{-1} :
 - $f(x) = 3x + 4$
 - $f(x) = \frac{x+3}{3}$
 - $f(x) = \frac{x}{8} - \frac{1}{12}$

13. Dato je preslikavanje $f = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 4 & 5 \end{pmatrix}$. Da li je ovo preslikavanje 1-1 i NA ?

14. Dato je preslikavanje $f = \begin{pmatrix} a & b & c & d \\ 2 & 4 & 6 & 8 \end{pmatrix}$. Odredi inverzno preslikavanje f^{-1} i $f \circ f$.

15. Dat je skup $A = \{1,2,3,4\}$ i skup $B = \{a,b,c\}$. Koliko ima različitih preslikavanja A u B?

16. Koliko se četvorocifrenih brojeva može napisati pomoću cifara 0, 1, 2, 3, 4?

17. U odeljenju ima 20 dečaka i 8 devojčica. Treba izabrati grupu od 5 članova tako da među njima bude bar tri dečaka. Koliko kombinacija postoji?

Glava II: Realni brojevi

18. Odredi NZD i NZS za brojeve: a) 50, 10, 18 b) 256, 1024, 12, 8

19. Ako su x i y celi brojevi, dokaži da je tada $x^2y^2 + 3x^2 + 2y^2 + 6$ složen broj.

20. Dokazati da je za svaki prirodan broj n, izraz $n^3 + 1988n$ deljiv sa 3.

21. Dokaži da je zbir $2^n + 2^{n+1} + 2^{n+2}$ deljiv sa 14, $n \in N$.

22. Dokaži da je $6n^3 - 54n^2 + 138n - 90$ deljivo sa 6, $n \in N$.

23. Dokaži da broj $\frac{14a+3}{21a+4}$ nije ceo ni za jedan prirodan broj a.

24. Da li je broj $9^{1998} + 3^{1998} + 1$ prost?

25. Date su približne vrednosti brojeva $a = 3,9 \pm 0,03$, $b = 3,46 \pm 0,05$ i $c = 7,2 \pm 0,04$. Izračunaj $x = \frac{a}{b-c}$.

26. Zaokruži brojeve: a) 5,486 b) 0,5407 c) 0,640832 d) 4123,5423563

27. Dokaži da je broj $\sqrt{5} - \sqrt{3}$ iracionalan.

28. Dokaži da je broj 0,3535(35) racionalan.

29. Dokaži da je $\sqrt{7}$ iracionalan broj.

Glava III: Proporcionalnost veličina

30. Iz proporcije $x:y=3:9$ i $x:z=12:7$. Obrazuj produženu proporciju $x:y:z$.
31. Iz datih proporcija izvedi produženu proporciju oblika $x:y:z:q$.
 a) $x:y=2:3$, $y:z=4:5$, $z:q=6:7$ b) $x:y=1:5$, $y:z=2:3$, $z:q=5:2$
32. Od 5 kg pšenice dobije se 3,5 kg brašna. Koliko je pšenice potrebno za 15 kg brašna?
33. Neki posao 8 radnika radeći dnevno po 8 sati za 6 dana proizvedu 1240 kg brašna. Koliko radnika treba da dođe da bi radili 6h, 8 dana i da proizvedu 1395 kg brašna?
34. 130 radnika završi neki posao za 46 dana. Posle 30 dana 26 radnika napusti posao. Koliko dana će raditi ostali radnici kako bi završili posao?
35. Neki posao 3 radnika obavila su za 12 dana. Za koliko dana bi taj posao uradila 4 radnika?
36. Tri radnika treba da podele sumu od 138900 dinara tako da svaki dobije 15% više od predhodnog. Koliko će svaki da dobije?
37. Koliko vode temperature 50°C i 30°C treba pomešati da bi se dobilo 40l vode temperature 20°C ?
38. Ako se pomeša a litara vina po b dinara sa c litara vina po d dinara, koliko će stajati litar mešavine?
39. Koliko q vode čija je temperatura 10°C treba izmešati sa 2 q vode od 48°C temperature ako želimo dobiti smesu od 33°C ?
40. 75% špirit trebalo je razblažiti vodom 51% što se postiglo dolivajući 12 litara vode. Kolika je bila prvobitna količina špirita?
41. Tri cevi pune bazen. Sama prva cev napuni ga za 8 sati, druga za 12, a treća za 15. Za koje vreme će napuniti bazen sve tri cevi ako se uključe istovremeno?
42. A završi neki posao za 10 sati. Ako mu B pomogne 2 sata, posao će završiti za 6 sati. Za koje bi vreme B završio sam posao?
43. Konjanik treba da stigne pešaka koji je već 7 sati na putu. Koliko će vremena trebati za to ako on na sat prevaljuje 12 km, a pešak 5 km?
44. Uprosti proporcije: a) $2(a+b)x : 6(a+b)y$ b) $\frac{a^2 - b^2}{a^2 + b^2} : \frac{a-b}{a+b}$ c) $\left(1 + \frac{1}{x}\right) : \left(1 - \frac{1}{x}\right)$
45. Uredi proporcije tako da njeni članovi budu što jednostavniji a onda odredi x:
 a) $24:16=3:x$ b) $144:x=256:6$ c) $\frac{3}{10}x : \frac{8}{15} = 9\frac{3}{4} : 17\frac{1}{3}$ d) $(a+b) : (a-b) = x : \left(\frac{1}{b} - \frac{1}{a}\right)$
 e) $(a^3 - b^3) : x = (a^2 - b^2) : (a+b)^2$ f) $(a^2 - b^2) : \frac{4a^2b^2}{a-b} = \frac{1}{ab} : \frac{x}{(a-b)^2}$
46. Načini produžene proporcije iz proporcija: a) $a:b=3:4$, $c:b=3:4$ b) $c:b=5:6$, $a:b=2:3$
 c) $a:b=2:3$, $b:c=3:4$, $c:d=8:9$ d) $a:b=4:3$, $a:c=3:2$, $b:d=1:2$ e) $a:c=1:2$, $d:a=2:3$, $b:d=3:4$
47. Rešiti pomoću koeficijenata proporcionalnosti: a) $x:y=5:7$, $3x+y=44$ b) $x:y=4:5$, $7x-4y=32$

c) $x : y = (a + b) : (a - b)$, $x + y = 2ab + 2b^2 x$ d) $x : y : z = 2 : 3 : 7$, $4x + 5y - 3z = 6$

e) $x : y : z : u = 2 : 3 : 5 : 6$, $x + y + z - u = 24$

f) $x : y = 7 : 8$, $z : u = 9 : 10$, $y : u = 4 : 5$, $x - 3y - 5z + 7u = 16$

48. Prodavši robu za 26070 dinara zadruga je zaradila 2370 dinara. Kolika je zarada u procentima?

49. Od 32 učenika razred je završilo 29 učenika, a troje ponavljaju razred. Izrazi uspeh u procentima?

50. Uz koliko će procenata doneti neki kapital za 9 meseci isti interes kao i uz 6% na 1 godinu?

51. Za koje vreme 8000 dinara uz 6% naraste s interesom na 10000 dinara?

52. Ako se na nekom putu brzina poveća za 40%, za koliko će se procenata smanjiti vreme kretanja na tom putu?

53. U prodavnici ima jagoda po ceni od 75 din po kg i od 55 din po kg. Kako napraviti mešavinu od 120 kg koja će se prodavati po ceni od 68 din po kg.

54. Na pijaci imaju 4 vrste jabuka, od 15 din; 20 din; 25 din; i 35 din. Koliko treba uzeti od svake vrste da bi se dobila mešavina težine 1000 kg čija bi cena bila 400 din po kilogramu?

55. Ugalj je težio 2,25 tona i zbog stajanja na kiši sadržalo je 64% vode. Posle nedelju dana usled isparavanja ugalj je sadržao 46% vode. Za koliko se smanjila težina uglja za tu nedelju?

56. Orasi su poskupeli za 35% i sada iznose 420 dinara. Koliko su koštali pre poskupljenja?

57. Cena košulje je 2150 din. Ona je poskupela za 40%, pa je otišla na sniženje 40%. Koliko sada košta?

58. Cena patika je 3000 din. One su poskupele za 15%, a zatim za 10%. Koliko sada koštaju?

59. Cena proizvoda je 1500 din. Proizvod je najpre pojeftinio za 20%, pa poskupeo za 30%. Kolika je sada cena proizvoda. Koliko je proizvod poskupeo u procentima u odnosu na prvobitnu cenu (onu od 1500 din)?

60. Cena odela je 1600 din. Roba je poskupela za 35%. Koliko procenata treba sniziti robu da bi dobili prvobitnu cenu?

61. Kolika je kamata na dug od 45000 din, sa 4% godišnje kamate za 30 dana?

62. Štediša je 10. aprila uložio 32000 dinara u banku. Koju sumu će imati na kraju godine ako je kamatna stopa 8%?

63. Sveže grožđe sadrži 80% vode, a suvo 12%. Koliko treba svežeg grožđa za 32 kg suvog?

64. Sok od narandže je poskupeo 20%, a votka za 15%. Za koktel đus votke koristi se 30% votke, 60% soka i 10% vode. Za koliko procenata će poskupeti đus votka?

Glava IV: Geometrija

65. Mogu li mimoilazne prave a i b odrediti jednu ravan?
66. Koliko ravni najviše određuju paralelne prave a i b i tačne A , B , C i D ?
67. Dokaži da je svaka tačka na simetrali ugla podjednako udaljena od krakova ugla!
68. Koliki je zbir dva ugla koji su suplementni sa dva komplementna ugla?
69. Dokaži da su trouglovi podudarni ako je $h_c = h_{c1}$ i $t_c = t_{c1}$.
70. Dokaži da su trouglovi podudarni ako je $a = a_1$, $b = b_1$ i $c = c_1$.
71. U skupu od 11 tačaka postoje 3 četvorke komplanarnih. Koliko ravni određuje ovaj skup tačaka?
72. Koliko 30 tačaka određuju ravni?
73. Koliki je ukupan broj dijagonala 15-ugla? Koliki mu je centralni ugao?
74. Dva ugla iznose 40° i 62° . Odredi uglove koji obrazuju visine trougla koje polaze iz stranica datih uglova?
75. Konstruiši trougao ako je dato β, χ, h_c .
76. Konstruiši trougao ako je dato h_a, t_b, b .
77. Konstruiši trougao ako je dato $a + b, h_b, \beta$.
78. Konstruiši paralelogram ako je datao a, b, ha .
79. Konstruiši romb ako je dato $\alpha, d_1 + d_2$.
80. Konstruiši kvadrat ako je dato $d - a$.
81. Konstruiši kvadrat ako je dato $d + a$.
82. Konstruisati trougao ABC ako su mu date težišne duži.
83. Ako unutrašnji uglovi četvorougla imaju odnos 3:4:5:6. Dokaži da je četvorougao tetivan.
84. Date su prava i dve tačke van prave i sa iste strane prave. Konstruiši trougao tako da mu jedna stranica pripada datoj pravoj, a da su date tačke podnožja visina koje odgovaraju dvema stranicama trougla.
85. Ako je ABCD paralelogram, pokaži da je $\overrightarrow{BD} = \overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AB}$.
86. U jednakokrakom trapezu OACB, poznato je $\sphericalangle BOA = 60^\circ$, $OB = BC = CA = 2$, M , N i P su redom središta stranica BC , CA i OA . Izraziti vektore \overrightarrow{OA} , \overrightarrow{OB} , \overrightarrow{OM} , \overrightarrow{AC} , \overrightarrow{ON} , \overrightarrow{MN} , \overrightarrow{PM} , \overrightarrow{NP} preko vektora \vec{m} , \vec{n} , jediničnih vektora \overrightarrow{OA} i \overrightarrow{OB} .
87. Dat je trougao OAB. Tačka M deli duž AB u razmeri $m:n$. Izrazi vektor \overrightarrow{OM} preko vektora $\vec{a} = \overrightarrow{OA}$ i $\vec{b} = \overrightarrow{OB}$.

88. Preslikaj trapez ABCD osnom simetrijom u odnosu na CD. Onda novodobijenu figuru preslikaj translacijom u odnosu na vektor \overrightarrow{DC} .

89. Preslikaj tupougli trougao ABC rotacijom u odnosu na sredinu duži AB za -75° . Onda novodobijenu figuru preslikaj centralnom simetrijom u odnosu na tačku C.

90. Ako su MN i PQ date duži u prostoru i E i F redom njihova središta, dokaži da je $\overrightarrow{MP} + \overrightarrow{NQ} = 2\overrightarrow{EF}$.

91. U jednoj ravni van datih pravih a i b data je tačka C. Konstruisati tačku A na pravoj a i tačku B na pravoj b, tako da tačka C bude središte duži AB.

92. Date su prave a i b i tačka S van njih. Konstruisati krug sa centrom S koji seče date prave u tačkama A i B, tako da je ugao ACB=30°.

93. Data je duž AB, prava p i krug k. Konstruisati tačku P na pravoj p i tačku K na krugu k, tako da četvorougao ABPK bude paralelogram.

Glava V: Racionalni algebarski izrazi

94. Sredi po opadajućim stepenima polinome:

a) $2x^6 + 3x^4 + 3xy^5 + 2x^8 + x + 8 + x^2$ b) $5 + 2x^2 - 3x^3 - 4x^6$

95. Podeli: a) $(2x^5 + 3x^4 + 5) : \left(x + \frac{1}{2}\right)$ b) $(3x^4 - 2x^3 + x + 1) : (x + 3)$ c) $(2x^4 - 4x^3 - 6x^2 + 2x - 8) : (x^2 + x + 1)$

96. Rastavi na činioce: a) $\frac{16}{a^2} - \frac{9}{4}$ b) $\frac{x^4 y^4}{256} - 625$ c) $x^3 - 64$ d) $3a^{n+1} + 6a^n$ e) $4a^2 + 9b^2 - 12ab$

f) $8a^3 - 12a^2b + 12ab^2 - b^3$ g) $2a^3 + 6a^2b - 4a^2c - 2abc$ h) $x^3 - x^2 - x + 1$ i) $x^4 + 4$ j) $x^2 + x - 12$
k) $z^4 - 6z^3 + 12z^2 - 8z$ l) $x^4 + x^2y^2 + y^4$

97. Koristeći Bezuovu teoremu, rastaviti na činioce polinom $z^4 - 2z^3 - 3z^2 + 4z + 4$.

98. Skrati razlomke (svi izrazi i operacije su definisani): a) $\frac{13a^2bc}{26ab^2c^2}$ b) $\frac{x^2 + x - 2}{(x + 2)^2}$ c) $\frac{(a^2b + 3)a}{3ab^2 + 9b}$ d)

e) $\frac{a^{3x+2} + a^{x+1}}{a^{3x+1} - a^{x+2}}$ f) $\frac{x(y^2 + 1) + y(x^2 + 1)}{x^2y^2 - 1}$ g) $\frac{1 - x^2}{(1 + xy)^2 - (x + y)^2}$ h) $\frac{x^2 - 4 - |x - 2|}{x^3 + 2x^2 - 5x - 6}$

i) $\left(\frac{1}{xy} - \frac{1}{yz} + \frac{1}{xz}\right) \cdot 3xyz$ j) $\left[-\frac{1}{a+b} - \frac{1}{a^3 - b^3} : \frac{1}{a^2 + ab + b^2}\right] \cdot \frac{a^2 - b^2}{2a^2} + 1 : (a^2 + a)$ k) $\frac{x^3 + y^3 + xy^2 - 3x^2y}{x^2 - 2xy - y^2}$

l) $\frac{a^2 - 5a + 6}{a^2 - 3a + 2}$

99. Uprosti (svi izrazi i operacije su definisani):

a) $\frac{x+41}{x+1} - \frac{x-41}{x+1}$ b) $\frac{2x}{x-1} - \frac{12x}{1-x}$ c) $\frac{2a-3b}{a^2b} - \frac{4a-5b}{ab^2}$ d) $\frac{a}{a^2-b^2} - \frac{b}{(b-a)^2}$

e) $\frac{x+y+\frac{1}{x+y}-\frac{1}{x-y}}{x^2+2xy+y^2}$ f) $\frac{6q-3}{4q} \cdot \left(\frac{2q+1}{2q-1} - \frac{2q-1}{2q+1} \right)$ g) $\frac{x+1}{x+2} - \frac{6x}{4-x^2} - \frac{2x-1}{x-2}$ h) $\left(\frac{p^2a}{q^2b} - \frac{b}{a} \right) : \left(\frac{p}{b} + \frac{q}{a} \right)$

i) $\frac{\frac{2a}{a^2+2ab} + \frac{4b}{a^2-4b^2} - \frac{b}{ab-2b^2}}{1 - \frac{x^2-4y^2-2}{x^2-4y}}$ j) $\frac{1-x^2}{x-1} \cdot \frac{x^3-x}{x^3+2x^2+x}$

100. Skrati razlomke: a) $\frac{3(a+b)}{b(a+b)^2}$ b) $\frac{(a-1)(a+2)}{(a+2)(a+3)}$ c) $\frac{a^2-4}{(a+2)^2}$ d) $\frac{3x+3y}{x^2-y^2}$ e) $\frac{x-y}{y-x}$

f) $\frac{3a^4b^2-12a^2b^2}{4a^4b^3+8a^3b^3}$ g) $\frac{ax+bx-ay-by}{ay-ax+by-bx}$ h) $\frac{(x+y)^2-z^2}{x^2-(y+z)^2}$ i) $\frac{a^2+2ab+b^2-c^2}{a^2-b^2-c^2-2bc}$

k) $\frac{a^4+a^2+1}{(a^2+a+1)^2}$ l) $\frac{1+q+q^2}{1+q+q^4}$ m) $\frac{(x+1)^4-(x-1)^4}{8x^5+16x^3+8x}$ n) $\frac{a^x+a^{x+1}}{a^y+a^{y+1}}$ o) $\frac{a^{n+3}+a^{n+2}}{a^{n+5}-a^{n+3}}$

101. Odredi NZS i NZD u izrazima:

a) $(x-y)x$; $3(x-y)$; $(x-y)(x+y)$ b) $(x+y)^2$; x^3+y^3 ; $(x+y)^3(x^2-xy+y^2)$

c) $3a^3-12a^2+12a$; $5a^4+20a^3+20a^2$; $3ma^2-12a$ d) $4-a^2$; $a-2$; $2a^2-8a+8$

102. Odredi NZS I NZD u izrazima:

a) $(x+y)^2$, $(x-y)^2$, x^2-y^2 b) $a+b$, $a-b$, $2a^2-2b^2$ c) $(a+x)^2$, $(a-x)^2$, $(a^2-x^2)^2$

d) $3x+2y$, $4x-4y$, y^2-x^2 e) $x+2$, $x-2$, x^2-4 , $8-x^3$ f) $a+b$, $b-a$, a^2-b^2 , b^3-a^3

g) $(2a+3b)^2$, $(2a-3b)^2$, $(4a^2-9b^2)^2$ h) $3a^2-a$, $6a^3-2a^2$, $9a^5-6a^4+a^3$

103. Izvrši sabiranja i oduzimanja razlomaka:

a) $\frac{a}{a+2} + \frac{2a}{a+3} - \frac{a}{a+4}$ b) $\frac{a+x}{a-x} - \frac{2a-x}{a-2x} - a - 3x$ c) $\frac{4}{y^2-x^2} + \frac{3}{2(x-y)^2} - \frac{4}{5(x+y)^2}$

d) $\frac{a+b}{c} + \frac{2a-3b}{c}$ e) $\frac{7x-9y}{18} - \frac{12x-13y}{18} - \frac{14x+15y}{18} + \frac{x-7y}{18}$ f) $\frac{1}{b} - \frac{2}{a+b} - \frac{3}{b(a+b)}$

g) $\frac{y}{x} + \frac{x}{y} - \frac{x+y}{x-y}$ h) $\frac{4x+3y}{5xy} - \frac{2y-3z}{2yz} - \frac{x-2z}{xz}$ i) $\frac{1}{a^2-4} - \frac{2}{(a+2)^2}$

104. Izvrši sabiranja i oduzimanja razlomaka: a) $\frac{4a^2}{6ab+9b^2} - \frac{2a}{3b} + \frac{3b}{2a} - \frac{9b^2}{4a^2+6ab}$
 b) $\frac{2a-3b}{4a^2+2ab} - \frac{6a+4b}{6ab+3b} + \frac{5a+8b}{6ab} - \frac{8a-b}{8a^2+4ab}$ c) $\frac{1}{a^2+ab} + \frac{2b}{a^3-ab^2} - \frac{a+b}{a^2b-ab}$
 d) $\frac{a+b}{a-b} - \frac{a-b}{a+b} + \frac{a^2+b^2}{a^2-b^2}$ e) $\frac{1+x}{1-x} - \frac{1-x}{1+x} + \frac{1+x^2}{1-x^2}$ f) $\frac{3a+4b}{3a-4b} + \frac{3a-4b}{3a+4b} + \frac{48ab}{16b^2-9a^2}$
 g) $\frac{a}{a-b} + \frac{ab}{a^2+ab+b^2} + \frac{b^3}{b^3-a^3}$ h) $3 + \frac{a}{a+b} + \frac{2ab}{(a+b)^2} - \frac{3a^2b}{(a+b)^3}$ i) $\frac{1}{a} + \frac{1}{a^n}$

105. Izvrši sabiranja i oduzimanja razlomaka: a) $\frac{1}{a} - \frac{2b}{a^2} + \frac{3c}{a^n}$
 b) $\frac{(b-c)^2}{(a-b)(a-c)} + \frac{(c-a)^2}{(b-c)(b-a)} + \frac{(a-b)^2}{(c-a)(c-b)}$ c) $\frac{bc}{(a-b)(a-c)} + \frac{ca}{(b-c)(b-a)} + \frac{ab}{(c-a)(c-b)}$

106. Izvrši množenje razlomaka: a) $\frac{a+b}{cd} \cdot ad$ b) $\frac{19(a-b)}{27(a+b)^2} \cdot 36(a^2-b^2)$
 c) $(a^2-1) \left(\frac{1}{a-1} - \frac{1}{a+1} + 1 \right)$ d) $\frac{a+b}{c+d} \cdot \frac{ac+ad}{ax+bx}$ e) $\frac{x-y}{a+b} \cdot \frac{ax+bx}{bx-by}$ d) $\frac{b-3}{b+2} \cdot \frac{4b}{9-b^2}$
 e) $\frac{ab}{a-b} \cdot \left(\frac{a^2}{b} - \frac{b^2}{a} \right)$ f) $\left(\frac{a+b}{c} \right)^n \left(\frac{c}{a+b} \right)^n \left(\frac{a}{c} \right)^n$ g) $\frac{a^2+2ab+b^2}{x^2-2xy+y^2} \cdot \frac{x^2-y^2}{a^2-b^2}$
 h) $\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} \right) \cdot \frac{1}{(a+b)^2} + \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} \right) \cdot \frac{1}{(a+b)^3}$ i) $\frac{1-a^2}{b+b^2} \cdot \frac{1-b^2}{a+a^2} \cdot \left(b + \frac{ab}{1-a} \right)^2$

107. Izvrši deljenje razlomaka: a) $\frac{a+2}{2a} : (a+2)$ b) $\frac{54(a^2-b^2)}{13a} : 81(ab+b^2)$
 c) $\left[1 - \frac{2ab}{(a+b)^2} \right] : (a^2+b^2)$ d) $\frac{5ab(x-y)}{6xy(x+y)} : \frac{10ax(x-y)}{3by(x+y)}$ e) $\frac{42(x-y)^2}{85(a^2-b^2)} : \frac{56(x^2-y^2)}{51(a+b)^2}$
 f) $\frac{7x(a^2-ab+b^2)}{5y(a^2+ab+b^2)} : \frac{(a^3+b^3)(a+b)}{(a^3-b^3)(a-b)}$ g) $\frac{57}{95}$ h) $\frac{25x^2y^3}{45xy^3} : \frac{21ab^3}{28b^3c}$ i) $\frac{5}{\frac{2}{3} + \frac{1}{4}}$ k) $\frac{x^{a+2}}{y^b} : x^a$
 l) $\left(\frac{a-b}{x+y} \right)^4 : \left(\frac{b-a}{x+y} \right)^4$ m) $\left(a^3 - \frac{1}{27} \right) : \left(a - \frac{1}{3} \right)$ n) $\left(\frac{2a^2+3ab+b^2}{3a+b} \right)^x : \left(\frac{a^2+ab+b^2}{x+y} \right)^x$
 o) $\left(\frac{a-b}{5ab^2} + \frac{b-a}{10a^2b} \right) : \left(\frac{1}{10a^2b} - \frac{1}{5ab^2} \right)$

108. Izvrši deljenje razlomaka: a) $\left(\frac{a+b}{a-b} - \frac{a-b}{a+b}\right) : \left(\frac{a-b}{a+b} + \frac{a+b}{a-b}\right)$ b) $\frac{\frac{a+b}{a^2-ab}}{a^2+2ab+b^2}$
 $\frac{a+b}{a^2-b^2}$

c) $\frac{a - \frac{a(b^2-a)}{b^2}}{b - \frac{b^3-a}{b^2}}$ d) $\frac{\frac{a+b}{a-b} - \frac{a-b}{a+b}}{1 - \frac{a^2+b^2}{(a+b)^2}}$ e) $\frac{a^3-b^3}{a+b - \frac{ab}{a+b}} - \frac{a^3+b^3}{a-b + \frac{ab}{a-b}}$

f) $\frac{\frac{1}{1+a} + \frac{1}{1-a} + \frac{1}{1+a}}{1 - \frac{1}{1+a}}$ g) $\left[\frac{(a+b)^3}{3ab} - a - b\right] : \left[\frac{(a-b)^2}{ab} + 1\right]$ h) $1 - \frac{a}{b} \left(1 + \frac{a}{b}\right) + \frac{a}{b} : \left(1 - \frac{a}{b}\right)$

i) $\left[\frac{x-a}{(x+a)^2} + \frac{x+a}{(x-a)^2}\right] : \left[\frac{1}{(x+a)^2} - \frac{1}{x^2-a^2} + \frac{1}{(x-a)^2}\right]$

109. Reši jednačine: a) $\frac{x+5}{4} - \frac{2x-1}{2} = 0$ b) $\frac{16x-x^2}{x^2-4} + \frac{3+2x}{2-x} - \frac{2-3x}{x+2} = 4$

c) $\frac{1}{x^2-x} + \frac{2}{1-x^2} + \frac{1}{x^2+x} = 0$ d) $\frac{a+1}{a+2} + \frac{6a}{a^2-4} - \frac{2a-1}{a-2} = 1$ e) $\frac{a+1}{a^2} - \frac{2}{a^2-a} + \frac{2}{a^3-a^2} = 0$

f) $(2-x)(3-x) - (1-x)(5-x) = 0$ g) $\frac{9x-8}{7} = 7 - \frac{5x+7}{9}$

h) $(2x-5)(x+1) + 4x^2 = (x+1)^3 - (x-1)^3$ i) $\left(x - \frac{1}{2}\right)\left(x + \frac{1}{3}\right) = x(x+1) - 1$

j) $\frac{1}{2x} + \frac{2}{3x} = \frac{7}{12}$ k) $\frac{x-1}{x+1} + \frac{1}{x-1} = \frac{x-1}{x} + \frac{1}{x-1}$ l) $\frac{1}{2x-5} = \frac{13}{6x^2-15x} - \frac{4}{3x}$

m) $\frac{a^4+1-2a^2}{1-a-a^2+a^3} = 2$

110. Reši jednačine: a) $\frac{6x-18}{5x+24} = \frac{12x-3}{10x+4}$ b) $5x(x+a) - (4x+a)(x+a) = (x-a)(x-2a)$

c) $\frac{x-a}{b} + \frac{x-b}{a} = 2$ d) $\frac{x+\frac{1}{2}}{x+2} = \frac{x-\frac{1}{2}}{x-1}$ e) $\frac{1}{1+\frac{x}{x-1}} = 3$

f) $\frac{x-13}{4} + \frac{19-3x}{6} - \frac{3x+16}{9} - \frac{17-x}{18} = 1$

111. Reši po p, a zatim po q jednačine:

a) $4 - \frac{p-q}{2} = \frac{3p+a}{6}$ b) $3ap+4bq = 7ab - (p+q)$ c) $4(pq-q) = \frac{p+1}{2}$

112. Kakve su jednačine: a) $3(x-a) = 5(x-a) - 2(x-a)$

b) $(2x-5a)^2 - (2x-5a)^2 = 4ax$

113. Diskutovati jednačine ako su a i m realni parametri: a) $ax - a^2 = x - 1$ b) $m(mx - 5) = 50(2x + 1)$

c) $ax + 25 = a^2 - 5x$ d) $\frac{x}{a-1} + \frac{x}{a+1} = \frac{1}{a^2-1}$ e) $\frac{a}{x-1} = \frac{1}{x-a}$ f) $\frac{1-ax}{a-x} : \frac{1+ax}{a+x} = 1$

114. Kom broju treba da se doda 15 da se dobije 47?

115. Rastavi broj 49 na dva dela tako da petina prvog dela uvećana za osminu drugog daje 8.

116. Broj pomnožen sa 4, pa dobijeni proizvod podeljen sa 3 daje isti broj koji bismo dobili kad bismo trostruki taj broj smanjili za 15. Koji je to broj?

117. Neki dvocifren broj čiji je zbir cifara 6 ima osobinu da je 6 puta veći od cifre jedinica. Koji je to broj?

118. Otac kome je 53 godine ima sina od 17 godina. Pre koliko je godina otac bio deset puta stariji od sina?

119. Reši nejednačine: a) $\frac{8}{3}x - 2 - \frac{7x}{2} + \frac{5}{2} < 2 - \frac{3x+7}{4}$ b) $\frac{3x-1}{12} - \frac{3}{4} < 2x - \frac{5(1-2x)}{6}$

c) $\frac{9x+1}{3} - \frac{8x+1}{4} - \frac{12x+1}{12} < 0$ d) $(x-2)(x+3) > 0$ e) $\frac{x+1}{2x-3} < \frac{2}{3}$ f) $\frac{1-x}{2x+3} \geq 1$

120. Diskutovati nejednačine: a) $3x - 2 < mx + 3$ b) $\frac{x}{m} < \frac{x+1}{m^2}, m \neq 0$

121. Reši sisteme nejednačina: a) $\begin{cases} x > -1 \\ x > 3 \\ x < 5 \end{cases}$ b) $\begin{cases} 2x+3 > 5 \\ x-3 < 2 \end{cases}$ c) $\begin{cases} 2x+1 > x - \frac{3}{2} \\ 2x-1 < 1-3x \end{cases}$ d) $\begin{cases} 15x - \frac{1}{3} > 2(x+1) \\ 4(x-4) < 3x-14 \end{cases}$

122. Reši sisteme jednačina (a i b su realni parametri): a) $\begin{cases} x+3y=8 \\ 2x-4y=6 \end{cases}$ b) $\begin{cases} x-7y+37=0 \\ x+8y-53=0 \end{cases}$

c) $\begin{cases} 2x+3y=41 \\ 3x-2y=3 \end{cases}$ d) $\begin{cases} x+2y=8a-b \\ 2y-3x=-13b \end{cases}$ e) $\begin{cases} 2(x+5)-3(y+3)=0 \\ 3(x+2)=2(y+6) \end{cases}$ f) $\begin{cases} (x+5)(y-3)=xy+2 \\ (x-1)(y+3)=xy+2 \end{cases}$

123. Reši sisteme jednačina: a) $\begin{cases} \frac{x}{3} + \frac{y}{2} = 2 \\ \frac{x}{2} - \frac{y}{3} = \frac{5}{6} \end{cases}$ b) $\begin{cases} \frac{x}{18} - \frac{y}{24} = 1 \\ \frac{x}{24} + \frac{y}{18} = 7 \end{cases}$ c) $\begin{cases} \frac{3x+y-8}{4} = 4 \\ \frac{5x-3y-5}{3} = 7 \end{cases}$

d) $\begin{cases} \frac{4x-1}{3} + \frac{5y+1}{4} = 5\frac{1}{6} \\ \frac{3x+7}{4} + \frac{2y+9}{3} = 7\frac{2}{3} \end{cases}$ e) $\begin{cases} \frac{x+y-1}{4} + \frac{2x-y+1}{2} = 2 \\ \frac{2x-3y+5}{3} + \frac{x+2y+2}{5} = 2 \end{cases}$ f) $\begin{cases} (x+1):(y+1) = (x-3):(x-4) \\ (x-2):(y-1) = (x+1):(y+3) \end{cases}$

124. Reši sisteme jednačina uvođenjem nove nepoznate: a) $\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = 3 \\ \frac{1}{x} - \frac{1}{y} = 1 \end{cases}$ b) $\begin{cases} \frac{8}{x} - \frac{25}{y} + 1 = 0 \\ \frac{8}{x} + \frac{25}{y} + 1 = 0 \end{cases}$

c) $\begin{cases} \frac{1}{x-1} + \frac{1}{y-2} = 2 \\ \frac{1}{x-1} - \frac{1}{y-2} = 0 \end{cases}$ d) $\begin{cases} \frac{6}{x+2} - \frac{5}{y-1} = 8 \\ \frac{5}{x+2} - \frac{6}{y-1} = 8\frac{1}{2} \end{cases}$ e) $\begin{cases} \frac{2}{x} + \frac{3}{y} = 5 \\ \frac{1}{3x} - \frac{5}{2y} = -2\frac{1}{6} \end{cases}$

125. Ispitaj kakvi su sistemi: a) $\begin{cases} x+2y-3=0 \\ 2x+4y+4=0 \end{cases}$ b) $\begin{cases} 4x+10y=13 \\ 6x+15y=2 \end{cases}$ c) $\begin{cases} 3x-3y+21=0 \\ 4x-4y+28=0 \end{cases}$

126. Reši i diskutuj sisteme ako je m realni parametar: a) $\begin{cases} x-3y=m \\ mx+6y=1 \end{cases}$ b) $\begin{cases} (m-1)x+3y=4 \\ mx+6y=8 \end{cases}$

c) $\begin{cases} 10x-3my=-4 \\ 5x-y=-2 \end{cases}$ d) $\begin{cases} 2x-(3m+4)y=6 \\ x-(2m+1)y=m \end{cases}$ e) $\begin{cases} x+my-1=0 \\ mx-3my=2m+3 \end{cases}$

127. Odredi m i l tako da sistem bude neodređen: $\begin{cases} 2(m-l)x - my + 5 = 0 \\ (2m-l)x - (m+l+1)y + 10 = 0 \end{cases}$

128. Ako se neki broj podeli drugim, dobiće se količnik 2 i ostatak 2, a ako se njihova suma podeli njihovom razlikom, dobije se količnik 2 i ostatak 8. Koji su to brojevi?

129. Otac želi da podeli izvestan broj jabuka deci. Ako da svakom detetu 5 jabuka tada preostanu 3 jabuke, a ako da po 6 jabuka onda mu nedostaje jedna jabuka. Koliko ima dece, a koliko braće?

130. Dva bureta podjednake težine sadrže razne količine vode. Drugo bure sadrži 40 kg vode više nego prvo. Celokupna težina prvog bureta iznosi $\frac{5}{6}$ težine drugog. Ako se prelije sadržaj drugog u prvo, tada je ovo deset puta teže od praznog drugog bureta. Kolika je težina i koliko sadrži vode svako bure?

131. Reši sisteme jednačina sa više nepoznatih:

a) $\begin{cases} 2x+3y-4z+3=0 \\ y=5x-7 \\ z=7x-10 \end{cases}$ b) $\begin{cases} 2x+y-z+3=0 \\ 2x+y=0 \\ y=z-5 \end{cases}$ c) $\begin{cases} 2x-3y+5z=19 \\ 6x+y-2z=-4 \\ 10x+2y-z=0 \end{cases}$ d) $\begin{cases} 7x+y+5z=24 \\ 3x+z+2-y=10 \\ x+3y+8z=31 \end{cases}$

e) $\begin{cases} \frac{x}{2} + \frac{y}{6} - \frac{z}{9} = 1 \\ \frac{2x}{3} + \frac{3y}{2} + \frac{z}{9} = 11\frac{1}{3} \\ \frac{x}{6} - y + \frac{2z}{3} = \frac{1}{3} \end{cases}$ f) $\begin{cases} \frac{x+1}{2} - \frac{y+2}{2} - \frac{z-1}{3} = 0 \\ \frac{2x+1}{3} + \frac{y-3}{2} - \frac{z+1}{6} = \frac{3}{2} \\ x - \frac{3(y-2)}{3} + \frac{1-3z}{2} = 2 \end{cases}$ g) $\begin{cases} x+y+z=0 \\ y+z+t=4 \\ z+t+x=8 \\ t+x+y=3 \end{cases}$ h) $\begin{cases} x+y+z-t=4 \\ x+y-z+t=10 \\ x-y+z+t=12 \\ -x+y+z+t=18 \end{cases}$

132. Zbir tri broja iznosi 65. Prvi je zva 5 manji od zbira druga dva, a drugi je za 5 veći od tećeg. Nađi ih.

133. Zbir cifara trocifrenog broja iznosi 12. Ako tome broju dodamo 396, dobijamo nov trocifren broj od istih cifara, ali u obrnutom redu. Cifra desetica je aritmetička sredina ostalih cifara. Nađi taj broj.

134. Dat je polinom $p(x) = 2x^3 - 4mx^2 + mx - 2m$. Odredi parametar m da polinom $p(x)$ bude deljiv sa:

a) $x-1$; b) da pri deljenju sa $x-2$ daje ostatak 16.

135. Odredi uslove pod kojima su razlomci definisani:

a) $\frac{1}{2x+3}$ b) $\frac{2x^3 + 41x^6}{x^2 + x - 2}$ c) $\frac{x+5}{x-5}$ d) $\frac{x^2 - 1}{(x+3)(x+5)}$ e) $\frac{a}{a^2 - 4}$ f) $\frac{ab}{4a^2 - 4ab + b^2}$

136. Dokaži da je $As \leq Ks$.

137. Reši jednačine: a) $|x+3|=5$ b) $-|x|=-2$ c) $|x+4|-|2x+1|=10$ d) $||x-2|-1|=5$

e) $|x+1|+|x+2|-|x-3|=12$ f) $||x-1|-2|-|x+2|-1|=20$

138. Nacrtaj grafik linearne funkcije $y = -2x + 4$ i ispitaj tok.

139. Za koju vrednost na a) ordinati, b) apscisi funkcija $y = -\frac{1}{4}x + 5$ ima nulu?

140. Grafik koje funkcije će biti paralelan sa grafikom $y = 3x + 5$ i prolaziti kroz tačku $A(-1,5)$?

141. Odredi parametar k tako da funkcija $y = \frac{k-5}{k+3}x - 1$ bude opadajuća.

142. Odredi parametar k tako da funkcija $y = (k-1)(k+15)x + 105k$ bude rastuća.

143. Nacrtaj grafik funkcije i ispitaj tok: a) $y = |x|$ b) $y = |x| + 1$ c) $y = |2x+3| + 5$

144. Nacrtaj grafik funkcije i ispitaj tok: a) $y = |x+2| + |x-5|$ b) $y = |2x+7| - |2x-3|$ c) $y = ||x-1|-3|$

145. Nacrtaj grafik funkcije $y = \sqrt{x^2 + 6x + 9}$ i ispitaj tok.

146. Reši sisteme jednačina: a) $\begin{cases} (a+2)^2 - (a-3)(a+3) - 3(b+5) = 0 \\ (2b-3)^2 - b(4b-3) + 4\left(3a - \frac{15}{4}\right) = 0 \end{cases}$ b) $\begin{cases} \frac{5}{x} - \frac{3}{y} = 10 \\ \frac{4}{y} - \frac{1}{x} = \frac{3}{4} \end{cases}$

c) $\begin{cases} \frac{p+2}{q+3} - \frac{3}{(q+1)(q-3)} = \frac{p+5}{q+1} \\ \frac{2p+q}{15-8p-4q} - \frac{4p-q}{5-16p+4q} = 0 \end{cases}$ d) $\begin{cases} (2a+7)(11-b) - (2b+5)(10-a) = 0 \\ (2b-5)(7+c) - (2c+6)(b-1) = 0 \\ (2c-10)(a+1) - (2a-3)(c-1) = 0 \end{cases}$

e) $\frac{abc}{3} = \frac{a+b-c}{5} = \frac{b+c-a}{7} = \frac{c+a-b}{11}$ f) $\begin{cases} |a-1| + |b-5| = 1 \\ b = 5 + |a-1| \end{cases}$

147. Reši sistem jednačina gde je m realni parametar:
$$\begin{cases} 2a + b - mc = 1 - 2m \\ a - b + c = 1 \\ -4a + 5b - 2c = 1 \end{cases}$$

148. Reši nejednačine: a) $(x-2)^2(x-3) > x^3 + 5$ b) $\frac{x}{2} + 4\frac{1}{3} < \frac{x}{3} + 12$ c) $\frac{a-4}{a+4} \geq 0$ d) $\frac{a+2}{2(a-2)} - 3 \leq 5$

e) $|2x+4| > 5$ f) $|3x-1| + |x-1| \leq 1$ g) $|4 - |4-x|| < 8$ h) $\frac{2}{2x-1} > \frac{3}{3x-4}$ i) $\left| \frac{x+1}{x-2} \right| \geq 2$

j) $\frac{x+2}{4} - \frac{2x+3}{6} + \frac{4x}{10} < 13$

Glava VI: Trigonometrija pravouglog trougla:

149. Nađi vrednosti trigonometrijskih funkcija uglova α i β pravouglog trougla ako je poznato:

a) $a=3, b=4$ b) $a=8, c=10$ c) $b=15, c=17$ d) $a=12, b=35$

150. Nađi vrednosti ostalih trigonometrijskih funkcija ako je zadana funkcija $\sin \alpha$ i njena vrednost iznosi:

a) $\frac{3}{5}$ b) $\frac{5}{13}$ c) $\frac{8}{17}$ d) $\frac{7}{25}$ e) $0,8$ f) $\frac{6a}{9+a^2}$ g) $\frac{2a}{a^2+1}$ h) $\frac{2ab}{a^2+b^2}$

151. Odredi vrednosti ostalih trigonometrijskih funkcija ako je zadana funkcija $\cos \alpha$ i njena vrednost iznosi:

a) $\frac{4}{5}$ b) $\frac{12}{13}$ c) $\frac{20}{29}$ d) $\frac{9}{41}$ e) $0,28$ f) $\frac{10a}{a^2+25}$ g) $\frac{6a}{9+a^2}$ h) $\frac{a^2-b^2}{a^2+b^2}$

152. Odredi vrednosti ostalih trigonometrijskih funkcija ako je zadana funkcija $tg \alpha$ i njena vrednost iznosi:

a) $\frac{4}{3}$ b) $\frac{5}{12}$ c) $\frac{7}{24}$ d) $\frac{9}{40}$ e) $0,75$ f) $\frac{6a}{9-a^2}$ g) $\frac{a^2-1}{2a}$ h) $\frac{2ab}{a^2-b^2}$

153. Nađi vrednosti ostalih trigonometrijskih funkcija ako je zadana funkcija $ctg \alpha$ i njena vrednost iznosi:

a) $\frac{4}{3}$ b) $\frac{12}{5}$ c) $\frac{21}{20}$ d) $\frac{8}{15}$ e) $2,4$ f) $\frac{a^2-9}{6a}$ g) $\frac{10a}{25-a^2}$ h) $\frac{a^2-4}{4a}$

154. Izračunaj: a) $\sin 30^\circ + \cos 30^\circ - tg 30^\circ - ctg 30^\circ$ b) $2 \sin 45^\circ + tg 45^\circ - 3ctg 45^\circ$

c) $\cos 45^\circ - tg 45^\circ + 2ctg 45^\circ$ d) $\sin 60^\circ + 2tg 60^\circ - ctg 60^\circ$

155. Izračunaj: a) $\sin^2 30^\circ + \cos^2 45^\circ + tg^2 60^\circ$ b) $2 \sin^2 60^\circ + \cos^2 30^\circ + ctg^2 30^\circ$

c) $4 \sin 30^\circ \cos 30^\circ tg 60^\circ$ d) $3tg^2 30^\circ - 4 \sin 45^\circ \cos 60^\circ$

156. Izračunaj: a) $\sin \frac{\pi}{3} + \sin \frac{\pi}{4} + \cos \frac{\pi}{6}$ b) $tg \frac{\pi}{4} + \cos \frac{\pi}{3} \sin \frac{\pi}{4} + ctg \frac{\pi}{3}$

c) $\sin \frac{\pi}{6} tg \frac{\pi}{3} - \cos \frac{\pi}{6} ctg \frac{\pi}{3}$ d) $\sin \frac{\pi}{3} \cos \frac{\pi}{4} tg \frac{\pi}{6} + ctg^3 \frac{\pi}{4}$

157. Izračunaj: a) $\frac{2 \sin 30^\circ - 1}{2 \sin 30^\circ + 1}$ b) $\frac{2 \cos 45^\circ + 1}{2 \cos 45^\circ - 1}$ c) $\frac{\sin 60^\circ - \sin 30^\circ}{\cos 60^\circ + \cos 30^\circ}$ d) $\frac{tg 60^\circ - tg 30^\circ}{ctg 60^\circ + ctg 30^\circ}$

158. Izračunaj: a) $\frac{\sin^2 30^\circ + \sin^2 45^\circ}{\cos^2 30^\circ - \cos^2 45^\circ}$ b) $\frac{tg^2 30^\circ + tg^2 45^\circ}{ctg^2 30^\circ - ctg^2 45^\circ}$ c) $\frac{1 - 4 \sin^2 \frac{\pi}{6}}{1 + 4 \cos^2 \frac{\pi}{6}}$ d) $\frac{3tg^2 \frac{\pi}{6} + ctg^2 \frac{\pi}{4}}{\sin^2 \frac{\pi}{3} - \cos^2 \frac{\pi}{4}}$

159. Dokaži: $\frac{\sin \alpha}{1 - \cos \alpha} = \frac{1 + \cos \alpha}{\sin \alpha}$, $\sin \alpha \neq 0$

160. Dokaži: a) $\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{ctg} \alpha = \frac{1}{\sin \alpha \cos \alpha}$, $\sin \alpha \neq 0$, $\cos \alpha \neq 0$

b) $\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{ctg} \alpha = \frac{\operatorname{ctg} \alpha}{\cos^2 \alpha}$, $\cos \alpha \neq 0$

161. Dokaži (svi izrazi i operacije su definisani): a) $\operatorname{tg}^2 \alpha - \sin^2 \alpha = \operatorname{tg}^2 \alpha \sin^2 \alpha$

b) $\operatorname{ctg}^2 \alpha \cos^2 = \operatorname{ctg}^2 \alpha - \cos^2 \alpha$ c) $\cos^2 \alpha + \operatorname{tg}^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha} - \sin^2 \alpha$ d) $\frac{\operatorname{tg} \alpha}{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha} = \frac{\operatorname{ctg} \alpha}{1 + \operatorname{ctg}^2 \alpha}$

e) $\frac{1}{\sin^2 \alpha \cos^2 \alpha} = \operatorname{tg}^2 \alpha + \operatorname{ctg}^2 \alpha + 2$ f) $\frac{\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg} \beta}{\operatorname{ctg} \alpha + \operatorname{ctg} \beta} = \operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg} \beta$ g) $\frac{\sin \alpha}{1 + \cos \alpha} + \frac{1 + \cos \alpha}{\sin \alpha} = \frac{2}{\sin \alpha}$

162. Dokaži da izrazi ne zavise od x: a) $\sin^4 x + \cos^4 x + 2 \sin^2 x \cos^2 x$ b) $\sin^6 x + \cos^6 x + 3 \sin^2 x \cos^2 x$

163. Uprosti izraze: a) $\sin^3 \alpha + \sin \alpha \cos^2 \alpha$ b) $\cos \alpha \sin^2 \alpha + \cos^3 \alpha$ c) $\frac{1}{\sin^2 \alpha} - 1$ d) $\frac{1 - \cos^2 \alpha}{\sin \alpha \cos \alpha}$

e) $\frac{1 + \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha}{\sin^2 \alpha}$ f) $\frac{1}{1 + \sin \alpha} + \frac{1}{1 - \sin \alpha}$ g) $\frac{1}{1 + \cos \alpha} + \frac{1}{1 - \cos \alpha}$ h) $\frac{\sin \alpha}{\cos^2 \alpha} + \frac{1}{1 + \sin \alpha}$

164. Uprosti: a) $\frac{1 - \cos \alpha}{\sin \alpha} - \frac{\sin \alpha}{1 + \sin \alpha}$ b) $\frac{\cos \alpha}{1 - \sin \alpha} - \frac{1 + \sin \alpha}{\cos \alpha}$ c) $\frac{\cos^2 \alpha}{1 - \sin \alpha} - \frac{\cos^2 \alpha}{1 + \sin \alpha}$

d) $\frac{(1 + \sin \alpha)^2 + \cos^2 \alpha}{(1 + \sin \alpha)^2 - \cos^2 \alpha}$ e) $\frac{(1 + \cos \alpha)^2 + \sin^2 \alpha}{(1 + \cos \alpha)^2 - \sin^2 \alpha}$ f) $\frac{1 + \sin \alpha - \cos^2 \alpha}{1 + \sin \alpha}$ g) $\frac{1 + \cos \alpha - \sin^2 \alpha}{1 + \cos \alpha}$

165. Uprosti: a) $\frac{\sin^2 \alpha - \sin^2 \beta}{\cos^2 \alpha - \cos^2 \beta}$ b) $\frac{\sin^2 \alpha - \cos^2 \beta}{\cos^2 \alpha - \sin^2 \beta}$ c) $\frac{\cos^2 \alpha - \cos^2 \alpha \cos^2 \beta}{\sin^2 \beta - \sin^2 \alpha \sin^2 \beta}$

d) $\frac{1 + \sin \alpha}{\cos^2 \alpha} - \frac{4 - 2 \sin \alpha}{\cos \alpha} - \frac{2 \sin \alpha - \cos \alpha - 1}{1 - \sin \alpha} + \frac{3 \cos \alpha}{1 + \cos \alpha}$ e) $\operatorname{tg} \alpha \operatorname{ctg} \alpha$ f) $(1 + \operatorname{ctg}^2 \alpha) \sin \alpha$

g) $\frac{1}{(1 + \operatorname{tg} \alpha)^2 + (1 - \operatorname{tg} \alpha)^2} + \frac{1}{(1 + \operatorname{ctg} \alpha)^2 + (1 - \operatorname{ctg} \alpha)^2}$ h) $\frac{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha}{1 + \operatorname{ctg}^2 \alpha}$

166. Uprosti: $\frac{1 + \sin \alpha}{\sin^2 \alpha} + \frac{1 + 4 \cos \alpha}{\sin \alpha} - \frac{1 + 3 \sin \alpha - \cos \alpha}{1 - \cos \alpha} + \frac{\sin \alpha}{1 + \cos \alpha}$

167. Uprosti: $2 \operatorname{tg} \alpha - \frac{2 - \sin \alpha}{\cos^2 \alpha} - \frac{\cos \alpha}{1 - \sin \alpha} + \frac{\sin \alpha + \cos \alpha + 2}{1 + \sin \alpha}$

168. Uprosti: a) $\frac{\sin^2 \alpha}{1 + \sin \alpha} + \frac{\sin^2 \alpha}{1 - \sin \alpha}$ b) $\frac{\cos \alpha}{1 - \cos \alpha} - \frac{\cos \alpha}{1 + \cos \alpha}$ c) $\frac{1 + \cos \alpha + \sin^2 \alpha}{\cos^2 \alpha}$ d) $\frac{1 - (\sin^4 \alpha + \cos^4 \alpha)}{\sin^4 \alpha}$

e) $(1 + \operatorname{ctg} \alpha)^2 - 2 \operatorname{ctg} \alpha$ f) $\frac{\cos^2 \alpha - \cos^2 \alpha \sin^2 \beta}{\cos^2 \beta - \sin^2 \alpha \cos^2 \beta}$ g) $\operatorname{ctg}^2 \alpha - \operatorname{ctg}^2 \alpha \cos^2 \alpha$ h) $\sqrt{1 + \sin \alpha} \cdot \sqrt{1 - \sin \alpha}$

i) $\frac{\sin \alpha}{\operatorname{tg} \alpha}$ j) $\frac{\operatorname{tg} \alpha}{\sin \alpha}$ k) $\frac{1}{\cos^2 \alpha} - \frac{\sin^3 \alpha + \cos^3 \alpha}{(\sin \alpha + \cos \alpha) \cos^2 \alpha}$ l) $\frac{\sin^6 \alpha + \cos^6 \alpha - 1}{\cos^4 \alpha}$

m) $\frac{\sin^4 \alpha + \cos^4 \alpha - (\sin^6 \alpha + \cos^6 \alpha)}{\cos^4 \alpha}$ n) $\frac{(1 - \cos \alpha)^2 + \sin^2 \alpha}{(1 - \cos \alpha)^2 - \sin^2 \alpha}$ o) $\frac{\sin \alpha \operatorname{ctg} \alpha}{\cos \alpha}$

p) $\frac{1 + \cos \alpha + \sin^2 \alpha}{\cos^2 \alpha} - \frac{2}{\cos \alpha} - \frac{\sin \alpha}{1 - \sin \alpha} - \frac{1 - \cos \alpha}{1 + \sin \alpha}$

q) $\frac{1 + \cos^2 \alpha}{\sin^2 \alpha} - 4 \operatorname{ctg} \alpha - \frac{2 \cos \alpha + \sin \alpha - 1}{1 - \cos \alpha} - \frac{\cos \alpha - \sin \alpha + 2}{1 + \cos \alpha}$

r) $\frac{1 - \operatorname{tg}^3 \alpha}{1 - \operatorname{tg} \alpha} + \frac{1 + \operatorname{tg}^3 \alpha}{1 + \operatorname{tg} \alpha}$ s) $\frac{(1 - \sin \alpha)^2 + \cos^2 \alpha}{(1 - \sin \alpha)^2 - \cos \alpha}$ t) $\frac{\cos \alpha}{\operatorname{ctg} \alpha}$ u) $\sqrt{1 - \cos \alpha} \cdot \sqrt{1 + \cos \alpha}$

169. Dokaži da važi: $(2 - \sin^2 \alpha)(1 + 2 \operatorname{tg}^2 \alpha) = (2 + 2 \operatorname{tg}^2 \alpha)(2 - \cos^2 \alpha)$.

170. Dokaži da važi: $(2 - \cos^2 \alpha)(1 + 2 \operatorname{ctg}^2 \alpha) = (2 + \operatorname{ctg}^2 \alpha)(2 - \sin^2 \alpha)$.

Primer sistemazizacije gradiva iz Osnovne škole:

I grupa

1. Reši jednačinu: $(13x + 3)^2 - (5x + 10)^2 = (12x - 3)^2$.
 2. Reši sistem jednačina:
$$\begin{cases} \frac{y+2}{6} - \frac{y-4}{2} = \frac{x}{3} \\ (y-1) - 2x = -3 \end{cases}$$
 3. Dat je pravilni šestougao stranice 6 cm. Nađi mu obim, površinu, ukupan broj dijagonala, poluprečnik upisane kružnice.
 4. Robi je snižena cena za 20% i sada iznosi 4640 dinara. Kolika je bila stara cena?
 5. Skrati razlomak:
$$\frac{a^2 - 9}{ab + 3b - a - 3}$$
 6. Izračunaj površinu pravilne trostrane piramide ako je poluprečnik upisanog kruga u osnovu 6 cm, a visina piramide 8 cm.
 7. Odredi dužinu odsečka AB na pravu $y = -x + 1$, ako je tačka A(3,y), a tačka B(x,2).
 8. Jednakostranični trougao visine $6\sqrt{3}$ cm rotira oko stranice. Odredi P i V nastale figure.
 9. Stranice trougla odnose se kao 3:6:5, a najveća stranice sličnog trougla iznosi 3,6 cm. Odredi obim drugog trougla.
 10. U pravouglom trouglu ugao koji zahvataju hipotenuzina visina i hipotenuzina težišna duž je 28° . Odredi ugao između hipotenuzine težišne duži i simetrale pravog ugla.
-

II grupa

1. Neka su M i N središta stranica AC i BC trougla ABC. Ako je površina trougla MNC 11 cm^2 , kolika je površina trougla ABC?
 2. Uspravan stub visine 1 m baca senku dužine 80 cm, a u isto vreme Nikolina senka je dužine 145 cm. Koliko je visok Nikola?
 3. a) Za koliko procenata je broj 5 veći od broja 4?
b) Za koliko procenata je broj 4 manji od broja 5?
 4. Uprosti: a) $\frac{2^2 \cdot 2^4 \cdot 2^6}{(2^2)^4} - \frac{(2^4)^2 \cdot 2^6}{2^2 \cdot 2^4}$ b) $\frac{4a + 3b}{10} - \frac{2a - b}{12}$
 5. Jedan spoljašnji ugao pravilnog mnogougla je 45° , a jedna stranica je 4 cm. Odredi obim, površinu i ukupan broj dijagonala tog mnogougla.
 6. Reši sistem jednačina:
$$\begin{cases} \frac{x}{2} - \frac{y}{7} + 7\frac{1}{2} = 0 \\ x + 2y + 7 = 0 \end{cases}$$
 7. Površina dijagonalnog preseka kocke je $4\sqrt{2} \text{ cm}^2$. Kolika je površina, a kolika zapremina kocke?
 8. Osnovna ivica pravilne šestostane piramide je 10 cm, a bočna ivica je 30% duža od osnovne. Kolika je zapremina piramide?
 9. Za katete a i b važi $a = b + 2$, $2a + b = 22$. Izračunaj površinu tela koje nastaje rotacijom tog trougla oko hipotenuze.
 10. Reši nejednačinu $(x + 2)^2 - (x - 4)(x + 4) < 28$ u skupu N_0 .
-

Primer kontrolnog zadatka iz oblasti LOGIKA I SKUPOVI:

I grupa

1. Da li je tautologija: $(\neg p \Leftrightarrow \neg(\neg p)) \vee (p \Rightarrow \neg p)$?
2. Dat je skup $X = \{1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$ i njegovi podskupovi $A = \{1,3,5,6,8\}$, $B = \{1,2,3,6,9\}$ i $C = \{2,4,5,8\}$.
Odredi a) $(A \cap C) \setminus B$ b) \overline{B}
3. Na skupu $Y = \{2,4,6,8,9\}$ definisana je relacija $x \rho y \Leftrightarrow x - 2y \geq 6$. Koje osobine ima ova relacija?
4. Ako je $f(2x+1) = 6x - 4$ i $g(x+3) = 2x + 5$, odredi a) $f(x)$ b) $f \circ g^{-1}$
5. Odeljenje jednog razreda ima 32 učenika. Oni su međusobno razmenili fotografije. Koliko je ukupno razmenjenih fotografija?

II grupa

1. Da li je tautologija $(p \wedge (p \vee \neg q)) \Rightarrow p \wedge q$?
2. Dati su skupovi: $A = \{a, b, c\}$, $B = \{\alpha, \beta, \gamma\}$, $C = \{1, 2\}$. Odredi skup $(A \times B) \times C$!
3. Dokazati da je bijektivno (1-1 i na) preslikavanje $f(x) = 4x - 1$.
4. Ako je $f(x+1) = 5x - 3$ odredi $f(x)$ i f^{-1} .
5. Napiši sve četvorocifrene brojeve čiji je zbir cifara 10, a cifra desetica 5.

Primer kontrolnog zadatka iz oblasti UVOD U GEMETRIJU I PROPORCIONALNOST:

1. U skupu od 16 tačaka postoji 5 četvorki komplanarnih. Koliko je ravni određeno ovim skupom tačaka?
2. Koliko vode temperature 40°C i vode temperature 25°C treba pomešati da se dobije 90 litara vode temperature 30°C ?
3. Dobitak radnika po jednom času od 7200 dinara poraste na 7540 dinara. Koliko je to u procentima?
4. Zajedno sa kamatom 6% za 60 dana dužnik je platio 222200 dinara. Koliki je kapital, a kolika je kamata?
5. Koji je najmanji broj tačaka kojima je određeno 36 pravih?

Primer prvog pismenog zadatka:

1. Reši funkcionalnu jednačinu: $g\left(\frac{3x-2}{x}\right) = 3x$.
2. a) Dokaži da je $n^7 - n$ deljiv sa 7.
b) Dokaži da je $\sqrt{3} - \sqrt{2}$ iracionalan broj.
3. Neka je $a = 3,31 \pm 0,01$, $b = 7,13 \pm 0,02$ i $c = 2,51 \pm 0,03$. Ako je $x = \frac{b-c^2}{a}$, izračunaj x i proceni apsolutnu grešku.
4. Na skupu $A = \{1,2,3,4,5\}$ definisana je relacija $x \rho y \Leftrightarrow x + y < 2$. Napravi tablicu za relaciju i ispitaј koja od svojstava: refleksivnost, simetrija, antisimetrija i tranzitivnost ima relacija ρ .
5. Koliko se cifara upotrebi za numerisanje od prve do 555 stranice neke knjige (svaku cifru računati onoliko puta koliko se pojavljuje)?

Predlozi za test na kraju školske godine:

Test I grupa:

1. Koje od sledećih rečenica su tačne?

I) Osnna simetija je preslikavanje u odnosu na pravu s koje neku tačku M preslikava u M'.

II) Centralna simetrija je preslikavanje u odnosu na pravu s tako da se tačka M preslikava u M' pri čemu je $MM'=s$.

III) Ako je M bilo koja tačka ravni i tačka O koja je data i orijentisani ugao neke druge ravni. Kažemo da je M' slika originala M dobivena rotacijom.

A) I i III B) nijedna C) II i III D) samo I E) samo III

2. Najmanji zajednički sadržalac za polinome $4a^2 + 4ab + b^2$, $4a^2 - b^2$, $8a^3 + b^3$ je:A) $(2a + b)^2 \cdot (2a - b)^2$ B) $(2a + b)^2 \cdot (2a - b)(4a^2 - 2ab + b^2)$ C) $(2a + b) \cdot (2a - b)(4a^2 - 2ab + b^2)$ D) $(2a - b)(2a - b)^2(2a + b)$ E) $(2a + b)(2a - b)$ 3. Koliki je ostatak pri deljenju polinoma $(3x^6 - 2x^5 + x^3 - 4x - 1) : (x + 2)$?

A) 255 B) 127 C) 271 D) 0 E) 30

4. Jednačina $\frac{3x+2}{x-1} + \frac{2x+3}{1-x} = 0$?

A) ima jedinstveno rešenje B) ima beskonačno mnogo rešenja C) ima rešenje koje ne zavisi od x

D) ima rešenje $\frac{7}{8}$ E) nema rešenja5. Data je jednačina $m^2x + 4 = m(x + 4)$. Koji su iskazi tačni?I) za $m=0$ jednačina ima beskonačno mnogo rešenjaII) za $m \neq 0$ jednačina ima jedinstveno rešenjeIII) za $m=1$ jednačina ima beskonačno mnogo rešenja

A) I i II B) II i III C) svi D) samo II E) samo III

6. Ako je $\frac{3}{x} + \frac{5}{y} = 16$ \wedge $\frac{5}{x} - \frac{3}{y} = 4$, tada je $x^2 - 2y$:A) $-\frac{3}{4}$ B) 1 C) 0 D) -1 E) $\frac{11}{10}$ 7. Ako su odsecci na hipotenuzi $p=36\text{cm}$ i $q=64\text{cm}$. Kolika je visina koja odgovara kateti b?

A) 100cm B) 120cm C) 60cm D) 4800cm E) 128cm

8. U pravougli trapez čije su paralelne stranice dužine 6cm i 2cm upisan je krug. Dužina poluprečnika tog kruga je:A) 3cm B) $\sqrt{2}$ cm C) $\sqrt{3}$ cm D) 1,5cm E) 2cm9. Ako za neki oštar ugao važi $\sin \alpha = \frac{9}{41}$, tada je $\text{tg } \alpha$ jednako:A) $\frac{40}{9}$ B) $\frac{32}{41}$ C) 1 D) $\frac{9}{41}$ E) $\frac{9}{40}$ 10. Skup rešenja nejednačine $|x - 3| \geq 4$ je:A) $[-1, 7]$ B) $(-\infty, -1] \cup [7, \infty)$ C) $[7, \infty)$ D) $[-1, 0) \cup [7, \infty)$ E) $(-\infty, -1) \cup (7, \infty)$ 11. Dat je krug k i tetive AB i A_1B_1 koje se seku u tački S. Ako je $A_1S=4\text{cm}$, $B_1S=6\text{cm}$ i $AS=2\text{cm}$, koliko je BS?

A) 8cm B) 3cm C) 12cm D) 6cm E) 24cm

12. Stranice trougla ABC su $a=18\text{cm}$, $b=15\text{cm}$ i $c=12\text{cm}$. Koliki je obim sličnog trougla ako je koeficijent sličnosti 5:3.

A) 30cm B) 24cm C) 18cm D) 25cm E) 27cm

Test II grupa:

Test IV grupa:

1. Kolika treba da bude vrednost parametra a da polinom $P(x) = x^3 + (a+1)x^2 + 1$ pri deljenju sa $x-1$ daje ostatak 3?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) $\frac{1}{4}$ E) $-\frac{7}{2}$

2. Koji izraz je ekvivalentan izrazu $\frac{(ax+1)^2 - (x+a)^2}{(1-x^2)(1-a^2)}$?

- A) 1 B) $\frac{1}{ax}$ C) 0 D) $\frac{ax-ax^2}{ax}$ E) a

3. Najmanji zajednički sadržalac za polinome $2m^2 - 4mn + 2n^2$, $6m^2 - 6n^2$, $18m + 18n$ je:

- A) $2(m-n)^2(m+n)$ B) $6(m-n)^2(m+n)$ C) $18(m-n)^2(m+n)$ D) $2(m-n)(m+n)$ E) $6(m-n)^2(m+n)^2$

4. Koliko prirodnih brojeva ulazi u skup rešenja jednačine $\frac{6-x}{3-x} \leq -2$?

- A) 2 B) nijedan C) 1 D) 10 E) 4

5. Kvadrat zbira rešenja sistema $4(x+2) - 7(x-y) = 7 \wedge 7(x+y) + 10(x-2) = 79$ je:

- A) 7 B) 29 C) 0 D) 1 E) 49

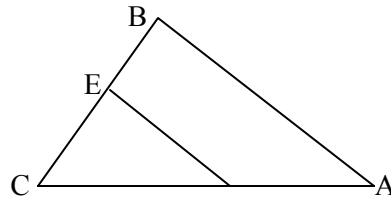
6. Kolika treba da bude vrednost parametra m da bi funkcija $y = \frac{2m-5}{4101} \cdot x - 2m^{10} + 10$ bila rastuća?

- A) $(-\infty, 2)$ B) $(-\infty, 2\frac{1}{2})$ C) $(0, 2\frac{1}{2})$ D) $(2\frac{1}{2}, \infty)$ E) $(2053, \infty)$

7. Data je jednačina $\frac{x+1}{x-1} - \frac{x-1}{x+1} = \frac{4x+1}{x^2-1}$. Koji iskaz je tačan?

- A) nema rešenje B) ima rešenje koje ne zavisi od x N) C) ima beskonačno mnogo rešenja
D) ima jedinstveno rešenje E) ima rešenje $x=1$

8. U trouglu ABC duž DE je paralelna sa AB. Ako je AD=6, CD=14, CE=7. Koliko je BC?



- A) 8 B) 5 C) 10 D) 3 E) 4

9. Stranice trougla su 26 cm, 38 cm i 46 cm. Najmanja stranica njemz sličnog trougla iznosi 13 cm. Veća stranica sličnog trougla je?

- A) 19 cm B) 23 cm C) 17 cm D) 20 cm E) 26 cm

10. Ako su katete pravouglog trougla $a=130$ cm i $b=312$ cm. Onda je visina na hipotenuzu jednaka?

- A) 338 cm B) 50 cm C) 288 cm D) 120 cm E) 255 cm

11. Koji iskazi su tačni?

I) Ne postoji trougao koji ima tačno dve ose simetrije.

II) Ako se prave a i b seku, postoji više od jednog centra rotacije koji preslikava a u b .

III) Translacijom se svaka prava preslikava u paralelnu pravu.

- A) I i II B) II i III C) I i III D) nijedan E) svi

12. Tačka C deli duž AB u odnosu AC:CB=2:3. Dužina duži AC je 4,8 cm. Kolika je dužina duži CB?

- A) 1,6 cm B) 2,4 cm C) 12 cm D) 7,2 cm E) 9,6 cm

Test V grupa:

1. Koja od sledećih figura je centralno simetrična?

- A) šestougao B) trapez C) deltoid D) pravilni osmougao E) jednakokraki trapez

2. Koji je tačan odgovor za jednačinu $\frac{2x-1}{2x-2} - \frac{2x+1}{2x+2} = \frac{4x}{4x^2-4}$?

- A) nema rešenja B) ima beskonačno mnogo rešenja C) nema rešenja u skupu N_0 D) ima jedinstveno rešenje
E) ima rešenje koje ne zavisi od x

3. Skup rešenja nejednačine $\frac{3x-5}{3x+5} \geq \frac{1}{5}$ je:

- A) $\left(-\frac{5}{3}, \frac{5}{2}\right]$ B) $\left(-\infty, -\frac{5}{3}\right) \cup \left[\frac{5}{2}, \infty\right)$ C) $\left(-\infty, -\frac{5}{3}\right] \cup \left[\frac{5}{3}, \infty\right)$ D) $\left[-\infty, -\frac{5}{2}\right) \cup \left(\frac{5}{3}, \infty\right)$
E) $\left(-\infty, -\frac{5}{3}\right] \cup \left(\frac{5}{2}, \infty\right)$

4. Ekvivalentan izraz izrazu $\frac{16x-x^2}{x^2-4} + \frac{3+2x}{2-x} - \frac{2-3x}{x+2}$ za $|x| \neq 2$ je:

- A) $\frac{1}{x+2}$ B) 0 C) $\frac{4}{4+x}$ D) $\frac{1}{x-4}$ E) x

5. Najmanji zajednički sadržalac za polinome $x^2 - y^2$, $x^3 - y^3$, $x^3 + y^3$ je:

- A) $x^2(x-1)(x+1)^2$ B) $(x^3 - y^3)(x+y)$ C) $xy(x-y)(x+y)$ D) $(x-y)^3 - (x+y)^2$ E) $(x^3 - y^3)(x^3 + y^3)$

6. Koji iskazi su tačni za sistem ako su a i b realni parametri $x - ay = a \wedge x + by = b$?

- I) Za $a + b = 0, a \neq 0$ sistem nema rešenja. II) Za $a = b = 0$ rešenja su $(0, y), y \in R$.

III) Za $a + b \neq 0$ rešenje je $\left(\frac{2ab}{a+b}, \frac{b-a}{a+b}\right)$

- A) samo I B) II i III C) I i II D) svi E) I i III

7. U kom intervalu treba da bude parametar k da bi funkcija $y = \frac{-k+1}{2k-3}x - k - 1$ bila rastuća?

- A) $\left(\frac{3}{2}, \infty\right)$ B) $(-\infty, 1)$ C) $\left(1, \frac{3}{2}\right)$ D) $\left[1, \frac{3}{2}\right]$ E) $\left(-1, \frac{3}{2}\right)$

8. Zbir rešenja jednačine $|x+2| - 3 = 2x - 6$ je:

- A) 5 B) $\frac{1}{3}$ C) $4\frac{2}{3}$ D) $5\frac{1}{3}$ E) 6

9. Ostatak pri deljenju polinoma $x^5 + x^4 - x^3 + x^2 - x + 1$ sa binomom $x - 1$ je:

- A) 1 B) 0 C) 2 D) 4 E) 5

10. Za koliko treba produžiti krake jednakokrakog trapeza da bi se oni preseklili ako je duža osnovica trapeza 10 cm, krak 6 cm i ugao na osnovici 60° ?

- A) 4 cm B) 5 cm C) 3,5 cm D) 6 cm E) 8 cm

11. Ako je kateta $b=156$ cm, a odsečak na hipotenuzi $q=144$ cm. Kolika je visina koja odgovara kateti a?

- A) 156 cm B) 144 cm C) 120 cm D) 100 cm E) 65 cm

12. Ako su visine paralelograma 4 cm i 6 cm, a njegov obim je 30 cm. Kolike su stranice?

- A) 7 cm i 8 cm B) 9 cm i 6 cm C) 11 cm i 4 cm D) 10 cm i 5 cm E) 12 cm i 3 cm

Predlozi za 4. pismeni zadatak:

IV pismeni I grupa

1. Reši jednačinu: $\frac{1}{x-3} + \frac{x-2}{x+1} - \frac{4x^2-1}{x^2-2x-3} = \frac{3x^2+8}{(3-x)(x+1)}$.

2. Reši nejednačinu: $\frac{2x-3}{4-x} + \frac{3x-3}{x-4} \geq 1$.

3. Diskutovati rešenja sistema ako je m realni parametar: $mx-2y=3 \wedge 3x+my=4$

4. Reši sistem jednačina: $x + \frac{1}{3}y + \frac{1}{3}z = 14 \wedge \frac{1}{4}x + y + \frac{1}{4}z = 8 \wedge \frac{1}{5}x + \frac{1}{5}y + z = 8$.

5. a) Konstruiši duž $x = \frac{1}{3}\sqrt{15}$.

b) Površine dva slična trougla su 80 cm^2 i 45 cm^2 . Obim jednog trougla je 20 cm, a stranice njemu sličnom trouglu se odnose kao 2:4:1. Odredi ih.

IV pismeni

II grupa

1. Reši jednačinu: $\frac{x}{-1-x} - \frac{x-3}{x+2} + \frac{2-x}{x^2+3x+2} = \frac{2x-5}{-2-x}$.

2. Reši nejednačinu: $0 \leq \frac{2x-1}{3x+4} < 2$.

3. Reši sistem jednačina: $5x-3y+7z=4 \wedge \frac{1}{2}x - \frac{3}{5}y + \frac{1}{3}z = -\frac{41}{60} \wedge 2,5x-3,5y-4,5z = -\frac{11}{4}$.

4. Diskutovati rešenja sistema ako je m realni parametar: $ax + \frac{1}{a}y = a^2 \wedge \frac{1}{a}x + ay = a^3$.

5. a) Konstruiši trougao ABC ako se stranice a i b odnose kao 2:3, ugao kod temena C je $52^\circ 30'$ i visina koja je proizvoljna.b) Ako su u pravouglom trouglu odsečki na hipotenuzi $p=9$ cm i $q=16$ cm. Koliko je a, b, c, h_c i t_c ?

IV pismeni

III grupa

1. Reši jednačinu: $\frac{4a^2+9a+5}{a^3-1} - \frac{1-2a}{a^2+a+1} - \frac{6}{1-a} = 12$.

2. Reši nejednačinu: $1 \leq \frac{2a-1}{a-2} \leq 2$.

3. Reši sistem jednačina: $\frac{4a+3b}{10} - \frac{2a-b}{15} = 2 \wedge \frac{a-3c}{12} - \frac{2a-c}{8} = 2 \wedge \frac{b+c}{2} = 0$.

4. Diskutovati rešenja sistema ako je m realni parametar: $ax-9y=14a \wedge 2ax+3y=7a$.

5. a) Ako su a i b date duži, konstruiši duž $x^2 = a^2 + ab$.

b) Stranice trougla se odnose kao 3:6:5, a najveća stranica sličnog trougla iznosi 7,2 cm. Koliki je obim sličnog trougla?

IV pismeni

IV grupa

1. Reši jednačinu: $\frac{1+a+\frac{1}{1-a}}{1+\frac{1}{1-a^2}} = 2$.

2. Reši nejednačinu: $1 \leq \frac{9x+3}{8x-2} < 3$.

3. Reši sistem jednačina: $\frac{y+z}{5} - \frac{6z+x}{2} = 0 \wedge \frac{y-2x}{3} + \frac{6z+5x}{4} = 0 \wedge \frac{y+6}{7} - \frac{x-2}{21} = \frac{2-z}{3}$

4. Diskutovati rešenja sistema: $2x+3y=1 \wedge -2x+ay=0$.

5. a) Konstruiši duž $x = \frac{6}{5}\sqrt{28}$

b) Ako su katete prvouglog trougla $a=130$ cm i $b=312$ cm, nađi c, p, q, h_c i t_c .